



MINISTERUL EDUCAȚIEI, CERCETĂRII, TINERETULUI ȘI SPORTULUI  
INSPECTORATUL ȘCOLAR JUDEȚEAN CLUJ  
COLEGIUL NAȚIONAL „MIHAI VITEAZUL” TURDA  
SOCIETATEA DE ȘTIINȚE MATEMATICE DIN ROMÂNIA- FILIALA CLUJ



CONCURSUL INTERJUDEȚEAN DE MATEMATICĂ ȘI INFORMATICĂ  
„MARIAN ȚĂRINĂ”  
Ediția a X-a, 14- 15 MAI 2010



## CLASA A XII-A

1. Fie  $f : \mathbb{R} \rightarrow \mathbb{R}$  o funcție continuă și  $F : \mathbb{R} \rightarrow \mathbb{R}$  funcția definită prin

$$F(x) = \int_{x^2-1}^{x^2} f(t) dt,$$

oricare ar fi  $x \in \mathbb{R}$ .

a) Să se arate că funcția  $F$  este derivabilă pe  $\mathbb{R}$  și calculați derivata  $F'$  a funcției  $F$ .

b) Determinați funcția  $F$  atunci când

$$f(x) = \sin 2\pi x, \text{ oricare ar fi } x \in \mathbb{R}.$$

c) Determinați funcția  $F$  atunci când

$$f(x) = \begin{cases} x^2, & \text{dacă } x \leq 1 \\ 1 + \ln x, & \text{dacă } x > 1 \end{cases}.$$

Dorel I. Duca

2. Fie  $f : (-4, \infty) \rightarrow (0, \infty)$  derivabilă de două ori pe domeniul de definiție, astfel încât verifică condițiile

$$i) 2f''(x) = 3f^2(x), x > -4, \quad ii) f(-2) = 1, \quad iii) f'(-2) = -1.$$

Determinați  $\lim_{\lambda \rightarrow \infty} \int_{-1}^{\lambda} f(x) dx$ .

Octavian Agratini

3. Fie  $(G, \cdot)$  un grup cu  $2n + 1$  elemente cu proprietatea că există o funcție  $f : G \rightarrow G$  care verifică relația

$$f(xf(xy)) = yf(x^2), \quad \forall x, y \in G.$$

Să se arate că  $G$  este grup abelian.

Mihai Opincariu, GMB 1/2010

4. Fie  $A$  un inel cu proprietatea  $x^2 + y^2 + z^2 = xy + yz + zx + xyz + 1$ ,  
 $\forall x, y, z \in A^*$  Să se arate că  $A$  este un corp cu două elemente.

Andrei Văleanu, GMB 1/2009